

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Prof. Giovanni Masala – febbraio 2025**



**Domanda 1 (punti 3, 6\*\*).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{(x-4) \cdot \log(x+4)}{x^2 - 5x + 6}$$

Dominio	$E = (-4, +\infty) \setminus \{2, 3\}$
Positività	$P = (-4, -3) \cup (2, 3) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(-3; 0) \quad B(4; 0) \quad C(0; -2(\log 4)/3)$

**Domanda 2 (punti 3, 6\*\*).**

Calcolare i seguenti limiti:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 7x + 5} - 2x - 5)$  e  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 \cdot e^{x-2} - 4}{x^2 \cdot \log(x-1)}$

Soluzioni	-27/4; 2
-----------	----------

**Domanda 3 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = x^2 - 10x + 16 \log(x+1) - 11$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x-3) \cdot (x-1)}{x+1} \quad E = (-1, +\infty)$
Estremi	$M(1; 16 \log 2 - 20) \quad m(3; 16 \log 4 - 32)$ cresce in $(-1, 1) \cup (3, +\infty)$

**Domanda 4 (punti 3, 6\*\*).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 9x + 20)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^2 - 7x + 11) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot (x^2 - 5x + 4)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(1; 12e) \quad F_2(4; 0)$ convessa in $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$

**Domanda 5 (punti 2, 6\*\*).**

Determinare gli asintoti della funzione:  $f(x) = \frac{\sqrt{9x^4 + x^2 + 1}}{x^2 - 9}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$
As. verticali	$x = -3; x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 3$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left( \frac{6x-9}{4-2x} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log \left( \frac{x}{5} + 4 \right) dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{3}{2}(2x + \log 4-2x )$ $\frac{3}{2}(\log(2) - 2) \approx -1,9603$
Integrale indefinito	$\frac{1}{4} \left( 2x^2 \log \left( \frac{x}{5} + 4 \right) - (x-40)x - 800 \log(x+20) \right) + c$

**Domanda 7 (punti 3, 4\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x - 4y + z = 3 \\ k \cdot x - 4y + z = -1 \\ 2x - 2y + k \cdot z = 3 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = 1/2; 1$ : incompatibile $k \neq 1/2; 1$ : sol. unica
Soluzioni	$x = -\frac{4}{k-1}; y = \frac{-3k^2 + 2k + 5}{4k^2 - 6k + 2}; z = \frac{3(k+3)}{2k^2 - 3k + 1}$

**Domanda 8 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 + 2x \cdot y - 2x + 4y^2 + 4y - 2$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = -x + 2y = 2$ .

Derivate parziali	$f_x = 2x + 2y - 2 \quad f_y = 2x + 8y + 4$
Estremi liberi	$m(2; -1) \quad z = -6 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$m(-1; 1/2) \quad \lambda = 3 \quad z = 3$ $H = -24$

**Domande teoriche.**

- 1) Classificazione dei punti stazionari per funzioni ad una variabile (punti 2, 4\*)
- 2) Legame tra definizione di limite e asintoti verticali/orizzontali (punti 2, 4\*)
- 3) Definizione e significato del rapporto incrementale parziale (punti 2, 4\*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con \* (solo I parte con \*\*).*